

# 量子ビットの原理的制御限界 ～量子計算機におけるエネルギー・情報の相反関係

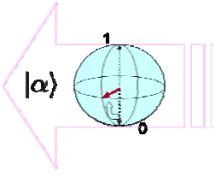


**Motivation** どんな問題に取り組むのか?

**Originality** 得られた結果はどう新しいのか?

**Impact** この研究が成功した場合のインパクトは?

単一の量子ゲートの精度は、量子情報処理の重要な基礎パラメータです。最も単純な量子ビットのスイッチを取り上げ、制御精度がどこまで高められるか理論的限界を明らかにします。



制御(場)及び、相互作用も量子力学的に取り扱う事により、量子ビットの初期状態に依存するなど、古典的統計誤差とは全く異なる量子力学的な制御限界を見出しました。特に、量子演算の基本として用いられる  $\pi/2$ パルス制御の限界について定量的に示しました。

単一ゲートの精度限界は、単なる技術的制約ではなく、量子力学が情報処理を規定するパラメータである事が明らかになりました。今後、量子回路の拡張性や誤り訂正理論などにおける、基礎パラメータとして必要となると考えられます。

## 量子ビットの $\pi/2$ パルス制御理論

## 制御後の量子ビットの状態

## $\pi/2$ パルス制御の限界

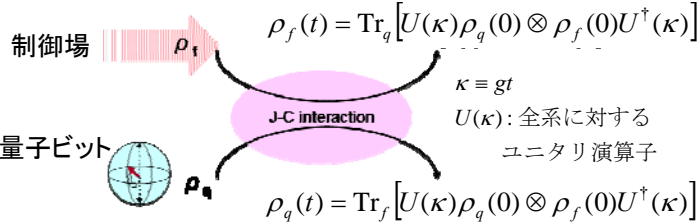
**古典理論**  
古典的電磁場による完全な制御  
 $|0\rangle \Rightarrow |\psi\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$   
target state

**既存の理論**  
 $E \rightarrow E_0 + \Delta E$   
 $\phi \rightarrow \phi_0 + \Delta\phi$   
コヒーレント状態の量子力学的揺らぎにより誤差が生じる

本研究

量子ビットからのバックアクションも考慮  
相互作用も量子力学的に  
**Jaynes-Cummings(J-C) モデル**  
相互作用ハミルトニアン  
 $H_I \equiv \hbar g(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-)$   
 $a^\dagger, a$ : 電磁場の生成消滅演算子  
 $\sigma_+, \sigma_-$ : 量子ビットの昇降演算子  
 $g$ : 相互作用強度  
 $\hbar$ : プランク定数( $/2\pi$ )

量子ビット制御はCPTP(完全正値トレース保存)マップとして記述される。



## 制御後の量子ビットの密度行列

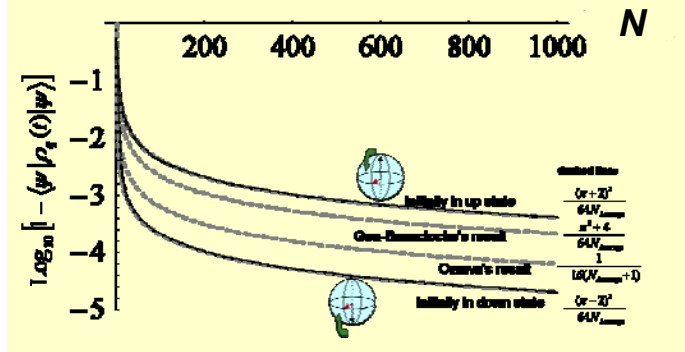
制御後の量子ビットの密度行列  $\rho_q(t)$  は量子ビットの基底で以下のように表せ、ここから誤り率が算出できる。

$$\rho_q(t) = \sum_{n=0}^{\infty} K_n \rho_q(0) K_n^\dagger$$

$$K_n = \begin{pmatrix} C_n \cos \kappa \sqrt{n+1} & iC_{n+1} \sin \kappa \sqrt{n+1} \\ -iC_{n-1} \sin \kappa \sqrt{n} & C_n \cos \kappa \sqrt{n} \end{pmatrix}$$

$N, \varphi$ : 制御場の平均光子数と位相  
 $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}; C_n = e^{-N/2 + in\varphi} \frac{N^{n/2}}{\sqrt{n!}}$

制御限界 ( $1 - \langle \psi | \rho_q(t) | \psi \rangle$ ) を制御場の平均光子数  $M$  に対して対数表示した。上下の実線がそれぞれ、量子ビット初期値が上準位、下準位の場合に対応する。破線は漸近曲線と、先行研究による結果である。



**考察** 制御場の光子数分布が誤差を生む。コヒーレント状態ではポアソン分布であり、 $N$ が増大すると、分散  $N$  のガウス分布で近似され、さらに  $\delta$  関数に近づく。その結果、 $\sim 1/N$  の誤差が導かれることは予想できる。しかし、量子ビットの応答も  $M$  に依存することは、従来無視されていた。この効果を取り入れたことが、本研究で初めて誤差の量子ビット初期状態依存性が示された理由である。